



DCCA e Análise Espectral: Aplicação em Dados de Poços da Bacia de Jequitinhonha

Euler B. S. Marinho*, IGEO/UFBA; Amin Bassrei, CPGG/IGEO/UFBA & INCT-GP; Roberto F. S. Andrade, IF/UFBA

Copyright 2017, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 15th International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, 31 July to 3 August, 2017.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 15th International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

Abstract

Advances in the understanding of lithosphere are obtained through the analysis of geological and geophysical data, which will help in the exploration of its resources, reducing the risks and making it more efficient. Much of this information, which is in the form of spatial series, such as the well log data, in our case collected in the Jequitinhonha Basin, located in the southeastern region of the state of Bahia, Brazil. The importance of interpretation of well log data can provide information about subsurface geological continuity and even the type of rock layer. We performed the kind of analysis for the identification of correlations present in a signal (auto-correlation) or in two distinct signals (cross -correlation), using the approach of DCCA or Detrended Cross Correlation Analysis. As an extension of our previous work, the present one detailed the application of the DCCA method to well profiles of the Jequitinhonha Basin, inferring that a certain anomaly present in two wells is due to a layer of calcilutites. In addition, Spectral Analysis was used in the same data, so that the spectral coefficient from this method was compared with what was obtained through DCCA. The discrepancies obtained, depending on the analyzed well log, ranged from 1% to 15% for most of the results.

Introdução

Devido ao mecanismo terrestre muitas estruturas em subcamadas foram sendo modificadas por processos naturais (Lowrie, 1997). Com isso, é de suma importância descrever e mapear como esses eventos ocorreram, seja na atividade de exploração ou na minimização de danos por fenômenos naturais. Para entender todo o mecanismo geológico é necessário conhecer a sua história, ou seja, os processos que atuaram, em que condições e em quais tipos de materiais, por meio das marcas existentes em suas estruturas.

Os dados de perfis de poços são particularmente de grande relevância para a indústria petrolífera. Eles consistem no registro de propriedades físicas dos materiais da subsuperfície em função da profundidade. Dentre essas propriedades incluem-se a resistividade,

atividade radioativa, etc. Tais dados fornecem informações sobre a sequência de rochas dos poços perfurados, interfaces entre camadas e estruturas geológicas, sendo utilizados para caracterizar reservatórios de hidrocarbonetos e avaliar a viabilidade de exploração (Lowrie, 1997).

A análise destendenciada de correlação cruzada ou DCCA ou Detrended Cross Correlation Analysis, é usada para identificar e caracterizar dados correlacionados obtidos nas séries espaciais por meio dos expoentes (estimativa global) e coeficientes (estimativa local) de correlação cruzada.

Qualquer sinal pode ser decomposto em uma soma de exponenciais complexas. Assim, o método da Análise Espectral permite a identificação dos harmônicos em uma série de dados.

Como extensão de Marinho et al. (2016), o presente trabalho detalhou a aplicação do método DCCA a perfis de poços da Bacia do Jequitinhonha, inferindo que uma determinada anomalia presente em dois poços é devida à uma camada de calcilutites. Além disso, foi empregada a Análise Espectral nos mesmos dados, de modo que foi comparado o coeficiente espectral proveniente desse método com o que foi obtido através do DCCA.

Método DCCA - Detrended Cross Correlation Analysis

Sejam dois conjuntos de séries de dados y_k e y'_k de mesmo tamanho N cada uma, com incrementos x_i e x'_i respectivamente, dados por,

$$y_k = \sum_{i=1}^k x_i \quad \text{e} \quad y'_k = \sum_{i=1}^k x'_i, \quad (1)$$

onde $k = 1, 2, 3, \dots, N$. Cada série integrada é dividida em $N - \nu + 1$ caixas de tamanho ν . Em cada caixa classificado por (m, ν) , com $1 \leq m \leq N - \nu + 1$, calculamos a medida da flutuação que depende do método a ser utilizado.

Foram utilizados quatro tipos de medidas de flutuação: DFA ou Detrended Fluctuation Analysis dada pela equação (2), SCCA ou Standard Cross Correlation Analysis dada pela equação (3), DCCA ou Detrended Cross Correlation Analysis dada pela equação (4) e $|DCCA|$ dada pela equação (5),

$$f_{DFA}^2(m, \nu) = \frac{1}{\nu} \sum_{k=l_{\min}(m, \nu)}^{l_{\max}(m, \nu)} [y_k - p_k(m, \nu)]^2, \quad (2)$$

$$f_{SCCA}^2(m, \nu) = \frac{1}{\nu} \sum_{k=l_{\min}(m, \nu)}^{l_{\max}(m, \nu)} [y_k - \bar{y}_k(m, \nu)][y'_k - \bar{y}'_k(m, \nu)], \quad (3)$$

$$f_{DCCA}^2(m, \gamma) = \frac{1}{\gamma} \sum_{k=I_{min}(m, \gamma)}^{I_{max}(m, \gamma)} [y_k - p_k(m, \gamma)][y'_k - p'_k(m, \gamma)], \quad (4)$$

$$f_{|DCCA|}^2(m, \gamma) = \frac{1}{\gamma} \sum_{k=I_{min}(m, \gamma)}^{I_{max}(m, \gamma)} |[y_k - p_k(m, \gamma)][y'_k - p'_k(m, \gamma)]|. \quad (5)$$

A indicação $|DCCA|$ na equação (5) usa o valor absoluto das flutuações locais de cada série. Nas equações (2) a (5), \bar{y} e \bar{y}' são os valores médios de y_k e y'_k na caixa (m, γ) limitada por $I_{min}(m, \gamma)$ e $I_{max}(m, \gamma)$; $p_k(m, \gamma) = a(m, \gamma)x_k + b(m, \gamma)$ e $p'_k(m, \gamma) = a'(m, \gamma)x'_k + b'(m, \gamma)$ são os polinômios de primeiro grau avaliados pelo método dos mínimos quadrados que expressam as tendências locais lineares da série na caixa (m, γ) . Em particular, o $f_{DFA}^2(m, \gamma)$ é um caso particular de $f_{DCCA}^2(m, \gamma)$ ou $f_{|DCCA|}^2(m, \gamma)$ com duas séries iguais.

Na sequência, a função de flutuação é calculada por cada largura γ através da expressão

$$F_X^2(\gamma) = \frac{1}{N-\gamma+1} \sum_{m=1}^{N-\gamma+1} f_X^2(m, \gamma), \quad (6)$$

onde o subíndice X está relacionado ao método a ser utilizado, ou seja, X pode ser DFA ou SCCA ou DCCA ou ainda $|DCCA|$.

Se a série apresenta propriedades de escala relacionadas às correlações cruzadas, espera-se uma lei de potência $F_X(\gamma) \sim \gamma^\lambda$. O expoente λ representa a medida da correlação cruzada entre duas séries analisadas. No caso do DFA, o expoente λ torna-se equivalente ao expoente de Hurst (Hurst, 1951) ou rugosidade, geralmente indicado por H ou α .

Os valores de λ indicam o tipo de correlação entre as séries. Assim, tal como acontece com o expoente H (Feder, 1988), λ está relacionado com o conceito de persistência e anti-persistência. Para $\lambda > 0,5$ a série é persistente, isto é, um grande (pequeno) aumento em uma das séries é seguido por, em média, grande (pequeno) aumento no futuro das outras séries. A série será anti-persistente quando $\lambda < 0,5$, o que representa uma situação oposta, com ambas as séries revertendo a direção dos movimentos recentes. Finalmente, quando $\lambda = 0,5$ os incrementos são, em média, não correlacionados com o anterior.

O coeficiente DCCA de correlação cruzada σ_{DCCA} foi proposto para quantificar a correlação cruzada entre duas séries não estacionárias (Podobnik et al., 2011; Zebende et al., 2012). Este coeficiente é definido para cada análise de escala γ (largura das caixas) através da razão

$$\sigma_{DCCA}(\gamma) = \frac{F_{DCCA}^2(\gamma)}{F_{DFA}(\gamma)F_{DFA}(\gamma)}. \quad (7)$$

O coeficiente DCCA é uma quantidade adimensional que varia entre $-1 \leq \sigma_{DCCA} \leq 1$. Similar ao coeficiente de correlação padrão, $\sigma_{DCCA} = 1$ indica uma perfeita correlação cruzada enquanto que $\sigma_{DCCA} = -1$ mostra uma perfeita anti-correlação. Se $\sigma_{DCCA} = 0$, não há correlação cruzada entre as séries. Como o coeficiente

DCCA é uma função de escala γ , é possível observar como a correlação cruzada entre séries se comporta para diferentes escalas e determinar, por exemplo, se uma alta correlação cruzada vale para todas as escalas ou se há mudança de intensidade na correlação cruzada em uma determinada escala.

É importante notar que a expressão para o coeficiente DCCA usa a função flutuação $F_{DCCA}(\gamma)$ e não $F_{|DCCA|}(\gamma)$. Para esta análise, o sinal do coeficiente fornece informação sobre o tipo de correlação e o que seria perdido se os valores absolutos das flutuações fossem considerados.

Análise Espectral

A transformada discreta de Fourier de N termos é definida por

$$F_\omega = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} f_t e^{-i2\pi \frac{\omega}{N} t}, \quad (8)$$

sendo que a transformada inversa é dada por,

$$f_t = \sum_{\omega=0}^{N-1} F_\omega e^{i2\pi \frac{t}{N} \omega}, \quad (9)$$

onde $0 \leq t \leq N-1$ e $0 \leq \omega \leq N-1$ com os incrementos t e ω se relacionando como $\Delta\omega = \frac{1}{N\Delta t}$.

O espectro de amplitude é expresso pela relação entre as partes real e imaginária da função no domínio da frequência:

$$A_\omega = \sqrt{\text{Re}F_\omega^2 + \text{Im}F_\omega^2}. \quad (10)$$

O espectro de potência é dado pelo quadrado do espectro de amplitude,

$$P_\omega = [A_\omega]^2. \quad (11)$$

O espectro de potência de uma série totalmente aleatória é teoricamente constante, ou seja, não mostra nenhuma estrutura espectral. Por isso, ao analisarmos o espectro de uma série qualquer estamos interessados em detectar e interpretar os picos que possam existir, e as frequências às quais estão associadas.

Um fato interessante a ser notado é que muitas variáveis geofísicas possuem um determinado comportamento que podem ser previstos. Sendo assim, no caso particular do espectro de potência, podemos obter uma proporcionalidade desse espectro de potência $P(f)$, ou seja,

$$P(f) = \frac{1}{f^b} \Rightarrow \ln[P(f)] = -b[\ln(f)], \quad (12)$$

onde o expoente b é conhecido como expoente espectral.

O fenômeno de falseamento é um efeito que ocorre quando os dados utilizados não forem suficientemente

espaçados com proximidades regulares, dando respostas de frequências não compatíveis com a realidade. Sendo assim, o sinal de entrada tem frequências maiores do que a frequência de Nyquist.

De acordo com o teorema de Nyquist, a quantidade de amostras por unidade de tempo de um sinal, chamada taxa ou frequência de amostragem, deve ser maior que o dobro da maior frequência contida no sinal a ser amostrado, para que possa ser reproduzido sem erro de falseamento. A metade da frequência de amostragem denomina-se frequência de Nyquist e é dada por,

$$f_N = \frac{1}{2\Delta t}, \quad (13)$$

e o intervalo de frequência pode ser calculado por,

$$\Delta f = \frac{1}{N\Delta t}. \quad (14)$$

A partir das informações obtidas podemos obter uma relação entre o coeficiente de Hurst e o expoente espectral, que é dada por,

$$b = 2H + 1. \quad (15)$$

Dados Utilizados

Este trabalho foi baseado em perfis de poços da Bacia do Jequitinhonha, que está situada na região sudeste do estado da Bahia, e compreende uma área total de aproximadamente 4000 km², abrangendo parte dos municípios de Belmonte, Canaveiras e Una. Os poços foram perfurados na região marinha da Bacia.

Foram utilizados três perfis distintos coletados em quatro diferentes poços: 1BAS68, 1BAS121, 1BAS80 e 1BAS37. Os poços podem ser visualizados no mapa da Figura 1. Os perfis analisados para cada poço e suas respectivas unidades são: sônico denotado como $DT(\mu s/ft)$, raios gama denotado como $\gamma(GAPI)$ e resistividade denotado como $\rho(\Omega m)$.

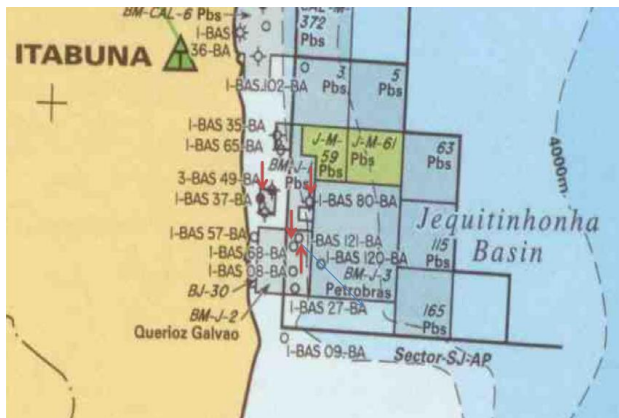


Figura 1: Mapa da região com os locais dos poços, identificados por setas vermelhas. Fonte: PETROBRAS.

As medições destes perfis petrofísicos foram feitas em intervalos de 15,24 cm, que corresponde à distância entre dois pontos consecutivos. Em particular, os poços 1BAS68 e 1BAS121 estão distantes, em média, de 2,5km. A escolha dessas três propriedades petrofísicas baseia-se no fato da sua relevância, pois são medidas que estão ligadas com outras propriedades físicas das rochas. A Figura 2 mostra os três perfis para o poço 1BAS121.

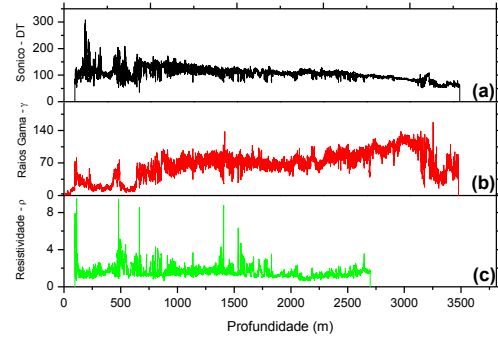


Figura 2: Registros dos perfis no poço 1BAS121 em função da profundidade (m): (a) $DT(\mu s/ft)$, (b) $\gamma(GAPI)$ e (c) $\rho(\Omega m)$.

Resultados

(1) Expoentes do DCCA - Análise Global

Os conjuntos originais dos dados de perfis de poços, como o mostrado na Figura 2, foram interpretados conforme as séries integradas y_k . A subtração de dois valores subsequentes conduz para séries de passos x_i , a partir da qual duas séries adicionais de passos de magnitude e de sinal podem ser obtidas (a partir da original), respectivamente definidas por $M = |x_i|$ e $S = \text{sign}(x_i)$, onde as séries de sinais, dependendo do sinal de cada incremento da série original, terão valores 1, -1 ou 0 (Peng et al., 2001).

Em seguida, as séries integradas correspondentes y_k^M e y_k^S são calculadas por meio da equação (1). O propósito de usar a função flutuação $F_{|DCCA|}(y)$ no lugar de $F_{DCCA}(y)$ está relacionado ao fato de que há uma redução na função flutuação causada pelas contribuições negativas devido aos possíveis diferentes sinais nos termos da equação (4). Não havendo esta troca provavelmente obteremos possíveis gráficos sem comportamento de escala. Além disso, existe uma relação aproximada entre os expoentes, que já foi notada para conjuntos de dados distintos analisados em: $\lambda \approx (H + H')/2$, onde H e H' são os expoentes de Hurst de cada série. Para estes dados de perfis de poços, foram feitas análises para diferentes tamanhos das séries, ou seja, o número total de observações N é dividido em sequências ∇ de diversos tamanhos. Também, adotaram-se diferentes posições de partida na série para que fosse possível analisar subséries.

Podemos ver na Tabela 1, para a auto-correlação, que as séries de magnitude, para a resistividade, apresentaram um comportamento persistente, enquanto que as séries originais e de sinais se apresentaram anti-persistentes.

Tabela 1: Expoentes de Hurst, para a auto-correlação, analisados no poço 1BAS121 para o perfil de resistividade.

ρ (Ωm)	DFA	SCCA	DCCA
Magnitude	0,757	0,929	0,757
Sinal	0,416	0,426	0,416
Original	0,137	0,083	0,137

No caso da correlação cruzada entre os parâmetros físicos para os quatro poços, observou-se que as séries de magnitude foram sempre persistentes, enquanto que as séries de sinais e originais se apresentaram anti-persistentes. A análise de correlação cruzada foi feita para os parâmetros físicos no mesmo poço e para os parâmetros físicos em diferentes poços. Este tipo de comportamento se apresentou para todos os quatro poços nos três perfis listados.

(2) Análise Local dos Coeficientes DCCA – Camada de Calcilito

Em um perfil de poço pode-se identificar vários marcos estratigráficos, que por sua vez podem ser correlacionados poço a poço. Os marcos estratigráficos podem ser verificados através das intensidades dos picos em cada perfil em função da profundidade, como o que foi mostrado na Figura 2.

No gráfico da Figura 3, por exemplo, relacionada ao poço 1BAS80, podemos visualizar diversos picos em toda extensão da profundidade para os perfis gama e resistividade. Estes picos, seja em pequenas ou altas intensidades, ocorreram para os quatro poços estudados, se repetindo em diferentes intervalos espaciais para cada poço analisado. As variações mais bruscas podem indicar variações na composição física e/ou química de camadas sedimentares, fazendo com que seja possível correlacionar os quatro poços. Com isso, é possível identificar e interpretar se houve ou não acúmulos significativos de sedimentos em uma dada região.

Podemos visualizar no gráfico da Figura 3 que existe um forte contraste da radiação gama e resistividade na profundidade um pouco inferior a 2000 metros. Claramente há uma maior intensidade nos sinais da radiação gama e na resistividade. Isto pode significar que a camada estratigráfica que se encontra a partir desta profundidade possui um maior teor de radiação gama e resistividade quando comparada com as camadas superiores.

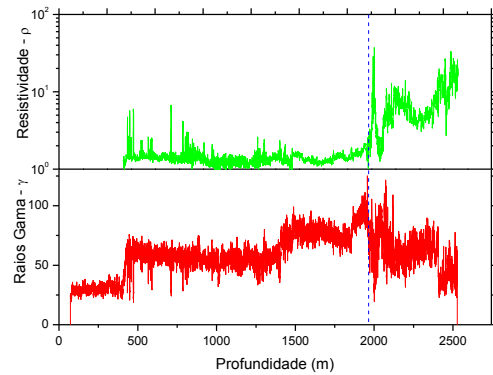


Figura 3: Gráfico mostrando o contraste (indicado pela linha tracejada) dos perfis gama e resistividade para o poço 1BAS80.

Este ponto com forte contraste nos perfis gama e resistividade pode significar uma região com um sistema de turbiditos. Estes sistemas são depósitos sedimentares caracterizados por camadas com grande continuidade lateral e acamamento regular, formados a partir de correntes de turbidez.

A Figura 4 faz uma comparação entre o perfil sônico dos poços 1BAS121 e 1BAS80. As regiões limitadas pelas linhas tracejadas representam alguns intervalos de picos que foram observados. Se houver uma considerável semelhança entre os sinais nos dois poços, em algum intervalo em profundidade, isso poderá indicar uma mesma camada geológica.

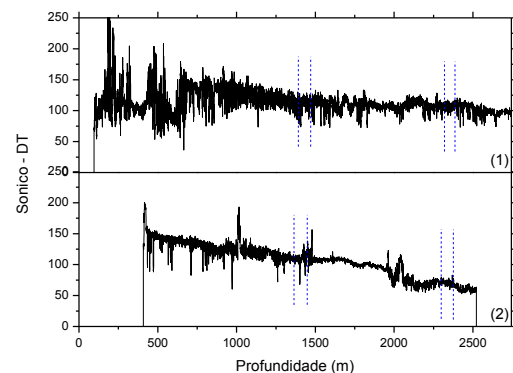


Figura 4: Comparação de uma mesma propriedade física entre os poços 1BAS121, gráfico (1) e 1BAS80, gráfico (2).

Para identificar a semelhança de um mesmo sinal em diferentes poços, foi feito um trabalho baseado na identificação dos coeficientes DCCA entre os perfis de poços. Neste estudo, mostramos o nível de correlação de um mesmo perfil físico para dois poços distintos, dando

resultados satisfatórios, e que seria confirmado pelo tipo de litologia.

Podemos visualizar na Figura 4 duas estreitas regiões, em torno das profundidades de 1500 m e 2450 m, com feições em comum para os poços 1BAS121 e 1BAS80. A semelhança obtida em torno destas profundidades foi observada em Marinho et al. (2013). Por outro lado, Carvalho e Antunes (1988) verificaram com base na análise da litologia do poço 1BAS80, que em torno da profundidade de 1450 m existe uma camada rochosa de calcilitos. Esse mesmo comportamento foi constatado na profundidade em questão no poço 1BAS121. Dessa forma, podemos dizer que, em torno do ponto em profundidade de 1450 m, as camadas litológicas são semelhantes. A mesma análise vale para a profundidade em torno do ponto de 2400 m.

As rochas compostas por calcilito possuem partículas de calcita com granulometria similar ao silte ou argila. É um tipo de calcário argiloso consolidado. São formadas a partir de uma inundação máxima ocorrida em uma dada região. Camadas compostas por calcilitos são importantíssimas para se fazer correlações estratigráficas, pois sua extensão é regional, ou seja, abrangendo áreas com vários quilômetros.

(3) Expoentes Espectrais

Para o mesmo conjunto de dados de perfis de poços aplicamos o método da análise espectral com o intuito de obter o espectro de potência para cada parâmetro físico em cada poço. Por meio de um algoritmo FFT, foram plotados os gráficos dos espectros de potência em função da frequência.

Foi possível diminuir a dispersão dos dados, suavizando o espectro pela janela de Tukey-Hanning, ou seja, calculando a metade do valor do espectro em um ponto somado com os resíduos dos valores anterior e posterior, ou seja,

$$P^* = \frac{1}{4}P(f_e - 1) + \frac{1}{2}P(f_e) + \frac{1}{4}P(f_e + 1). \quad (16)$$

Para a análise espectral, foi atribuído para cada poço um intervalo espacial específico, mantendo-se o mesmo intervalo para os três parâmetros físicos. Este ajuste foi feito devido as diferentes profundidades de cada poço.

Os espectros de potências não suavizados são mostrados na Figura 5 e os suavizados na Figura 6, onde pode-se ver um comportamento linear em função da frequência. Nota-se também que, depois da suavização os espectros de potência apresentaram menores flutuações. Estes fatos ocorreram para os quatro poços.

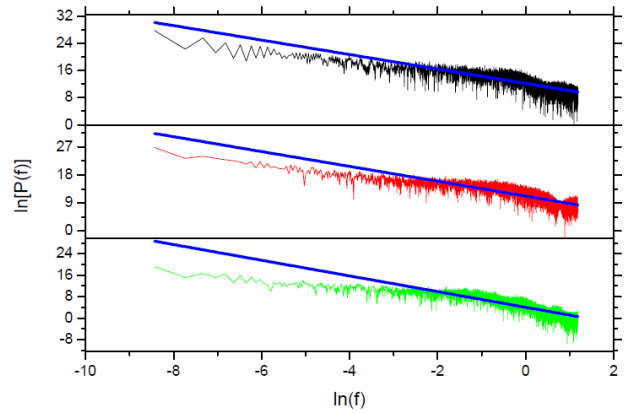


Figura 5: Estudo dos espectros de potência, não suavizados, para o poço 1BAS121, dos perfis sônico (preto), gama (vermelho) e resistividade (verde).

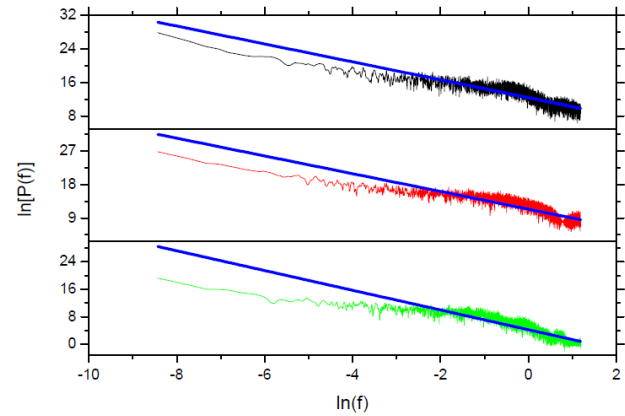


Figura 6: Estudo dos espectros de potência, suavizados, para o poço 1BAS121, dos perfis sônico (preto), gama (vermelho) e resistividade (verde).

Foi possível observar que o expoente espectral para a maioria dos perfis físicos nos quatro poços diminuiu após o procedimento da suavização, facilitando o ajuste linear. Os expoentes suavizados estão registrados na Tabela 2.

Tabela 2: Expoentes espectrais suavizados para cada perfil analisado nos quatro poços.

Perfil	1BAS68	1BAS121	1BAS80	1BAS37
Sônico	2.596	2.128	2.359	1.574
Gama	2.786	2.383	1.981	1.761
Resistividade	0.857	2.868	2.297	1.733

Para a comparação dos resultados do DCCA com a Análise Espectral, utilizamos a equação (15) para converter os valores de H obtidos pelo DCCA obtendo valores de b, de forma a comparar estes com os valores de b provenientes da utilização da equação (12). As discrepâncias obtidas, dependendo do perfil físico e do poço analisado oscilaram entre 1% a 15% para a maior parte dos resultados.

Conclusões

Os resultados obtidos neste trabalho, até o momento, nos mostraram que existem propriedades de escala para os três parâmetros físicos em cada um dos quatro poços estudados, como se pode ver nos expoentes de Hurst. As séries originais e de sinais se apresentaram anti-persistentes para os métodos DFA e SCCA, enquanto que as séries de magnitude tiveram um comportamento persistente. Isso foi notado para os resultados baseados na auto-correlação e nas correlações cruzadas. Para todos os pares de parâmetros físicos analisados, a relação $\lambda \approx (H + H')/2$ pode ser confirmada, onde λ é o expoente de correlação cruzada, enquanto que H e H' são os expoentes de Hurst de cada série.

Com relação aos coeficientes, conseguimos mostrar a validade da técnica DCCA através da correlação entre camadas estratigráficas de cada par de poços estudados. Através deste procedimento conseguimos, através da litologia de alguns poços e de alguns trabalhos já realizados, identificar deslocamentos verticais de uma mesma camada estratigráfica em diferentes poços, evidenciando um possível evento geológico.

Assim, foi possível identificar uma estrutura em subsuperfície caracterizada por uma camada de calcilitos, que pode ser confirmado pela literatura.

Com relação à Análise Espectral, foram obtidos resultados satisfatórios para os espectros não suavizados e, com a suavização, os resultados melhoraram eliminando as flutuações existentes, onde foi facilitado o ajuste linear para se obter o expoente espectral.

Para verificar a constância dos resultados obtidos pelos dois métodos, utilizamos a equação $b = 2H + 1$ para ver a relação existente entre os expoentes b e H , de modo a se comparar o DCCA com a Análise Espectral. Os resultados foram satisfatórios devido as pequenas discrepâncias obtidas, validando o método DCCA.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FINEP pelo apoio à Rede Cooperativa de Pesquisa em Geofísica de Exploração (Rede 01 – Fase 5). Os dados de poços utilizados nesse trabalho foram cedidos pela PETROBRAS como contrapartida ao projeto Rede 01 – Fase 2. Euler Marinho agradece a CAPES pela bolsa de doutorado. Amin Bassrei e Roberto Andrade agradecem ao CNPq pela bolsa de produtividade de pesquisa. Amin Bassrei agradece ainda ao CNPq e à PETROBRAS pelo apoio ao Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Geofísica de Petróleo (INCT-GP).

Referências

- Carvalho, M. D. e Antunes, R. L. (1988), Calcilitos do oligoceno da Bacia do Jequitinhonha com similaridade com os calcilitos do marco azul da Bacia de Campos, Boletim de Geociências da PETROBRAS, 2, n. 2/4: 291-292.
- Feder, J. (1988), Fractals, Plenum Press, New York.
- Hurst, H. E. (1951), Long-term storage capacity of reservoirs, Transactions of the American Society of Civil Engineers, 116: 770-808.
- Lowrie, W. (1997), Fundamentals of Geophysics, Cambridge University Press, New York.
- Marinho, E. B. S.; Souza, A. M. Y. R.; Andrade, R. F. S. (2013), Using detrended cross-correlation analysis in geophysical data, Physica A, 392: 2195-2201.
- Marinho, E. B. S.; Bassrei, A.; Andrade, R. F. S. (2016), Análise estatística em geofísica: aplicação em dados de perfis de poços, VII Simpósio Brasileiro de Geofísica, Ouro Preto, MG.
- Peng, C. K.; Ashkenazy, Y.; Ivanov, P. C.; Havlin, S.; Goldberger, A. L.; Stanley, H. E. (2001), Magnitude and sign correlations in heartbeat fluctuations, Physical Review Letters, 86: 1900-1903.
- Podobnik, B.; Jiang, Z. Q.; Zhou, W. X. e Stanley, H. E. (2011), Statistical tests for power law cross-correlated processes, Physical Review E, 84: 066118.
- Zebende, G. F.; Vassoler, R. (2012), DCCA cross-correlation coefficient apply in time series of air temperature and air relative humidity, Physica A, 391: 2438-2443.